



Construction d'un système d'argumentation valué à partir d'un ensemble de connaissances et préférences

Karima Sedki, Sylvie Després

► To cite this version:

Karima Sedki, Sylvie Després. Construction d'un système d'argumentation valué à partir d'un ensemble de connaissances et préférences. Reconnaissance de Formes et Intelligence Artificielle (RFIA) 2014, Jun 2014, France. hal-00989227

HAL Id: hal-00989227

<https://hal.science/hal-00989227>

Submitted on 9 May 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Construction d'un système d'argumentation valué à partir d'un ensemble de connaissances et préférences

K. Sedki

S. Desprès

Université Paris 13, Sorbonne Paris Cité, LIMICS, (UMR_S 1142), F-93430, Villetaneuse, France ;

INSERM, U1142, LIMICS, F-75006, Paris, France ;

Sorbonne Universités, UPMC Univ Paris 06, UMR_S 1142, LIMICS, F-75006, Paris, France.

Résumé

La représentation et le raisonnement avec des préférences et la théorie de l'argumentation sont deux domaines de recherche très actifs. Dans cet article, nous établissons un lien entre un formalisme pour les préférences, appelé logique du choix qualitatif prioritaire (PQCL) et la théorie de l'argumentation. Nous montrons que pour tout ensemble de préférences exprimé en PQCL, il existe un système d'argumentation valué équivalent (VAF). Nous montrons ensuite qu'il existe une relation directe entre les modèles préférés d'une théorie PQCL donnée et les extensions préférées du VAF correspondant. Cette relation est intéressante car elle permet d'envisager l'utilisation de l'argumentation pour l'élicitation des préférences.

Mots Cléf

Argumentation, préférences.

Abstract

Representing and reasoning with preferences and arguments are two wide and active research topics. In this paper, we establish a link between a preference formalism, called Prioritized Qualitative Choice Logic (PQCL) and argumentation theory. We show that for any set of preferences expressed using PQCL, there is an equivalent Value-based argumentation framework (VAF). We then show that there is a direct relationship between preferred models of a given PQCL theory and the preferred extension of the corresponding VAF. This relationship is interesting since it makes it possible to use an argumentation framework for preferences elicitation.

Keywords

Argumentation, preferences.

1 Introduction

La logique PQCL [5, 6] est un formalisme adapté à la représentation des préférences prioritaires. Néanmoins, l'acquisition des préférences dans le cadre de cette logique n'est pas une tâche facile, en particulier lorsqu'il y a plusieurs choix possibles.

Lorsqu'un utilisateur se trouve devant un choix, il fournit le plus souvent des arguments le justifiant. Par exemple, pour choisir entre deux recettes, il peut raisonner de la manière

suivante : la recette x est facile à préparer, mais nécessite un certain temps de cuisson ; la recette y est plus diététique, le temps de cuisson est court, mais elle est coûteuse. Cependant, bien que y soit un peu onéreuse, x l'est également, car elle consomme beaucoup d'énergie pour la cuisson. Il est clair que des arguments contradictoires s'opposent lors du processus de choix. Ainsi, nous nous posons la question : « Peut-on utiliser la théorie de l'argumentation pour l'acquisition des préférences dans le cadre de notre logique ? » La théorie de l'argumentation est un formalisme fondé sur la construction d'arguments et contre-arguments, de leurs comparaisons, etc. Le système proposé par Dung [9] est un exemple de système d'argumentation très connu. De nombreux travaux [2, 4, 8, 10, 3, 12] ont proposé des extensions de ce cadre comme les systèmes d'argumentation fondés sur les préférences (PAF) et les systèmes d'argumentation valués (VAF).

Pour répondre à notre question sur l'utilité de la théorie de l'argumentation pour l'acquisition des préférences PQCL, nous pensons qu'il est nécessaire de commencer par l'étude de la relation entre une théorie PQCL donnée (i.e. un ensemble de préférences et de connaissances codées avec la logique PQCL) et la théorie de l'argumentation. Notre objectif dans cet article est de déterminer s'il existe un système d'argumentation équivalent pour une théorie PQCL donnée. Ainsi, dans ce travail, nous établissons le lien entre la théorie de l'argumentation et PQCL et plus précisément VAF¹. Nous montrons que toute théorie PQCL peut être codée comme un VAF et il existe une relation entre les modèles préférés de la théorie PQCL en question et les extensions préférées du VAF correspondant.

Dans le reste de l'article, nous commençons par un rappel de quelques concepts de PQCL dans la Section 2 puis de quelques éléments de base de la théorie de l'argumentation dans la Section 3. La Section 4 présente le VAF qui peut être construit à partir d'une théorie PQCL. La Section 5 conclut l'article.

1. Le choix de VAF est justifié par le fait que dans VAF, les arguments procurent des valeurs qui aident à comparer entre eux. Dans PQCL, les interprétations procurent des degrés de satisfaction qui permettent de déterminer celles qui peuvent être des modèles. Ainsi, le lien entre les deux formalismes peut être naturellement établi.

2 La logique PQCL

La logique (PQCL) est une extension de la logique QCL [7] pour représenter les connaissances et les préférences ayant différents niveaux de priorité. Un nouveau connecteur $\vec{\times}$, nommé *disjonction ordonnée* est utilisé. Intuitivement, si A et B sont deux formules propositionnelles, alors $A \vec{\times} B$ signifie : “ A si possible, mais si A n’est pas possible alors au moins B ”. PQCL est composée de trois types de formules :

1) Formules propositionnelles : Elles permettent d’exprimer les connaissances (ou contraintes d’intégrité) d’un utilisateur. On utilise PS pour représenter l’ensemble fini des atomes propositionnels et $PROP_{PS}$ pour représenter le langage des formules propositionnelles.

2) Formules de choix de base (BCF) : Une formule de choix de base correspond à la disjonction ordonnée de deux ou plusieurs formules propositionnelles pour représenter les préférences simples. Le langage composé de formules BCF est noté BCF_{PS} et défini comme suit :

- Si $\phi \in PROP_{PS}$ alors $\phi \in BCF_{PS}$
- Si $\phi, \psi \in BCF_{PS}$ alors $(\phi \vec{\times} \psi) \in BCF_{PS}$

3) Formules de choix générales (GCF) : Elles représentent les préférences complexes et peuvent être obtenues de PS en utilisant les connecteurs $\vec{\times}$, \wedge , \vee , \neg . Le langage de formules GCF est noté GCF_{PS} , et défini comme suit :

- Si $\phi \in BCF_{PS}$ alors $\phi \in GCF_{PS}$
- Si $\phi, \psi \in GCF_{PS}$ alors $(\phi \wedge \psi), \neg(\psi), (\phi \vee \psi), (\phi \vec{\times} \psi) \in GCF_{PS}$.

Exemple 1 Jean veut inviter ses amis Bob, Marc, Mary et Sophie. Il veut leur préparer un bon plat, mais il hésite entre trois ingrédients : pâtes, légumes ou frites. Jean pense que Bob est indifférent au choix entre pâtes ou frites. En effet, il choisit souvent des frites ou des pâtes mais jamais de légumes lorsqu’ils mangent ensemble au restaurant. Pour Marc, Jean sait qu’il préfère les légumes aux pâtes et les frites aux pâtes. Enfin, Jean demande à Sophie et Mary leurs préférences qui sont : légumes en premier, frites comme deuxième choix et ensuite des pâtes. Dans le reste de ce papier, nous proposons de résoudre ce problème en utilisant d’abord PQCL puis le VAF correspondant. L’objectif est de déterminer quelle option satisfera ou pas les amis de Jean. En utilisant PQCL, nous avons : les préférences de Mary et Sophie sont représentées par la formule BCF : $\phi_1 = \text{Legumes} \vec{\times} \text{Frites} \vec{\times} \text{Pates}$. Les préférences de Marc sont codées par la formule GCF : $\phi_2 = (\text{Legumes} \vec{\times} \text{Pates}) \wedge (\text{Frites} \vec{\times} \text{Pates})$. Le choix de Bob sont codés par la formule propositionnelle : $\phi_3 = \text{Pates} \vee \text{Frites}$.

2.1 La relation d’inférence PQCL

La sémantique des formules PQCL est fondée sur le degré de satisfaction de chaque formule dans un modèle particulier. Comme en logique propositionnelle, une interprétation I est une affectation des valeurs de vérité classiques V , F pour les atomes propositionnels dans PS . I est représentée par l’ensemble des variables affectées à vrai. Chaque interprétation peut satisfaire une formule avec un certain degré qui est un entier positif supérieur à 0. Nous définissons d’abord la notion d’optionalité comme suit :

Définition 1 (L’optionalité) Soit ϕ_1, ϕ_2 deux formules PQCL. L’optionalité d’une formule est une fonction qui associe à chaque formule un entier strictement positif. Elle correspond au plus grand degré de satisfaction que cette formule peut avoir.

1. $\text{opt}(A)=1$, A est un atome propositionnel.
2. $\text{opt}(\phi_1 \vec{\times} \phi_2) = \text{opt}(\phi_1) + \text{opt}(\phi_2)$.
3. $\text{opt}(\phi_1 \wedge \phi_2) = \text{opt}(\phi_1) \times \text{opt}(\phi_2)$.
4. $\text{opt}(\phi_1 \vee \phi_2) = \text{opt}(\phi_1) \times \text{opt}(\phi_2)$.
5. $\text{opt}(\neg(\phi_1)) = \text{opt}(\phi_1)$.

Exemple 2 Selon la définition 1, l’optionalité de chaque formule de l’exemple 1 est : $\text{opt}(\phi_1)=3$ (items 1 et 2), cela signifie qu’il existe des interprétations qui satisfont ϕ_1 avec un degré ≤ 3 , mais il n’existe aucune interprétation qui satisfait ϕ_1 avec un degré >3 , $\text{opt}(\phi_2)=4$ (items 1, 2 et 3), $\text{opt}(\phi_3)=1$.

Définition 2 (La relation d’inférence) Soient ϕ_1, ϕ_2 deux formules PQCL. Soit I une interprétation. Les items suivants définissent le degré de satisfaction k d’une formule ϕ_1 par I , noté par $I \vdash_k^{PQCL} \phi_1$.

1. $I \vdash_k^{PQCL} a$ ssi $k=1$ et $a \in I$ (pour l’atome propositionnel a).
2. $I \vdash_k^{PQCL} \neg a$ ssi $k=1$ et $a \notin I$ (pour l’atome propositionnel a).
3. $I \vdash_k^{PQCL} (\phi_1 \vec{\times} \phi_2)$ ssi $(I \vdash_k^{PQCL} \phi_1)$ ou $(I \vdash_n^{PQCL} \phi_2$ et $\nexists m$ tel que $I \vdash_m^{PQCL} \phi_1$, et $k=n+\text{opt}(\phi_1)$).
4. $I \vdash_k^{PQCL} (\phi_1 \vee \phi_2)$ ssi l’un des cas suivant est vérifié :
 - (a) $(I \vdash_1^{PQCL} \phi_1)$ ou $(I \vdash_1^{PQCL} \phi_2)$ et $k=1$.
 - (b) $(\exists i>1, I \vdash_i^{PQCL} \phi_1)$ et $[\nexists m$ tel que $I \vdash_m^{PQCL} \phi_2]$, et $k=(i-1) \times \text{opt}(\phi_2) + 1$.
 - (c) $(\exists i > 1$ tel que $I \vdash_i^{PQCL} \phi_1$ ou $\nexists l$, tel que $I \vdash_l^{PQCL} \phi_1)$ et $(\exists j>1, I \vdash_j^{PQCL} \phi_2)$, et $k=j$.
5. $I \vdash_k^{PQCL} (\phi_1 \wedge \phi_2)$ ssi $I \vdash_i^{PQCL} (\phi_1)$ et $I \vdash_j^{PQCL} (\phi_2)$ et $k=(i-1) \times \text{opt}(\phi_2) + j$.
6. $I \vdash_k^{PQCL} \neg(\phi_1 \vee \phi_2)$ ssi $I \vdash_k^{PQCL} \neg \phi_1 \wedge \neg \phi_2$.
7. $I \vdash_k^{PQCL} \neg(\phi_1 \wedge \phi_2)$ ssi $I \vdash_k^{PQCL} \neg \phi_1 \vee \neg \phi_2$.
8. $I \vdash_k^{PQCL} \neg(\phi_1 \vec{\times} \phi_2)$ ssi $I \vdash_k^{PQCL} \neg \phi_1 \vec{\times} \neg \phi_2$.
9. $I \vdash_k^{PQCL} \neg(\neg \phi_1)$ ssi $I \vdash_k^{PQCL} \phi_1$.

Exemple 3 Nous considérons les formules de l’exemple 1 pour illustrer la relation d’inférence de PQCL. Soit $I=\{\text{Pates}, \text{Frites}\}$. L’item 3 de la définition 2 donne $I \vdash_2^{PQCL} \phi_1$ (le degré de satisfaction de ϕ_1 par I est égal à 2). La formule ϕ_2 est de la forme $(\phi_{21} \wedge \phi_{22})$ avec $\phi_{21} = \text{Legumes} \vec{\times} \text{Pates}$ et $\phi_{22} = \text{Frites} \vec{\times} \text{Pates}$ où $I \vdash_{i=2}^{PQCL} \phi_{21}$ et $I \vdash_{j=1}^{PQCL} \phi_{22}$. En appliquant l’item (5) de la définition 2, on obtient $I \vdash_k^{PQCL} \phi_2$ et $k=(i-1) \times \text{opt}(\phi_{22}) + j=3$. Enfin, on a $I \vdash_1^{PQCL} \phi_3$.

Soient K un ensemble de formules propositionnelles et T un ensemble de préférences. Le degré de satisfaction des formules nous aide à déterminer les modèles préférés. Nous utilisons l’ordre lexicographique qui est fondé sur le nombre de formules satisfaites avec un degré donné et défini comme suit :

Définition 3 (Les modèles préférés) Soit $M^k(T)$ un sous-ensemble de formules de T satisfaites par le modèle M avec le degré k . La cardinalité d'un ensemble est représentée par $|\cdot|$. Le modèle M_1 est $K \cup T$ -préféré au modèle M_2 s'il existe k tel que $|M_1^k(T)| > |M_2^k(T)|$ et pour tout $j < k$: $|M_1^j(T)| = |M_2^j(T)|$. M est un modèle préféré de $K \cup T$ ssi M est un modèle de K , et satisfait chaque formule dans T avec un certain degré et M est $(K \cup T)$ maximum-préféré.

Intuitivement, un modèle préféré de $K \cup T$ est un modèle satisfaisant à la fois chaque formule de K et le nombre maximum de formules de T avec le plus petit degré (strictement positif). Voir [5] pour plus de détails sur ces définitions).

Exemple 4 Dans l'exemple 1, $K \cup T$ contient les formules suivantes :

$$\begin{cases} \phi_1 = \text{Legumes} \bar{\times} \text{Frites} \bar{\times} \text{Pates} \\ \phi_2 = (\text{Legumes} \bar{\times} \text{Pates}) \wedge (\text{Frites} \bar{\times} \text{Pates}) \\ \phi_3 = \text{Pates} \vee \text{Frites} \end{cases}$$

Pour déterminer les modèles préférés de $K \cup T$, nous donnons d'abord le degré de satisfaction de chaque formule pour toute interprétation (voir tableau 1). Si la formule est satisfaite, le degré de satisfaction est représenté par les nombres (1, 2, 3, 4). Si la formule n'est pas satisfaite, cela est représenté par (0). $K \cup T$ a deux modèles préférés, I_4 et I_8 où chacune des alternatives Frites et Legumes est vraie. Elles sont donc les meilleures alternatives. Cela signifie qu'il est préféré que Jean prépare frites et legumes afin de satisfaire ses amis.

TABLE 1 – Les modèles de $K \cup T$.

Interprétations	Pâtes	Frites	Légumes	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3
I_1	F	F	F	0	0	0
I_2	F	F	V	1	0	0
I_3	F	V	F	2	0	1
I_4	F	V	V	1	1	1
I_5	V	F	F	3	4	1
I_6	V	F	V	1	2	1
I_7	V	V	F	2	3	1
I_8	V	V	V	1	1	1

Comme le montre cet exemple, il n'est pas facile pour un utilisateur d'exprimer ses préférences même s'il y a peu de choix possibles. Ce problème semble encore plus complexe lorsqu'il y a un grand nombre de choix possibles et d'utilisateurs. Nous proposons dans ce papier un VAF qui peut être construit à partir d'une théorie PQCL. Notre motivation et objectif dans un futur travail est d'envisager l'utilisation du VAF proposé pour l'élicitation des préférences.

3 La théorie de l'argumentation

Un système d'argumentation est un couple $AF = \langle \mathcal{A}, \mathcal{D} \rangle$ tel que \mathcal{A} est un ensemble d'arguments et \mathcal{D} est une relation de défaite définie sur $\mathcal{A} \times \mathcal{A}$. Le résultat d'un système d'argumentation est un ensemble d'arguments acceptables qui constituent les *extensions*. Ainsi, les arguments sont évalués selon différentes sémantiques [9]. Etant donné un ensemble d'arguments $\mathcal{B} \subseteq \mathcal{A}$, on a :

- \mathcal{B} défend un argument a si $\forall b \in \mathcal{A}$ tel que $b \mathcal{D} a$, $\exists c \in \mathcal{B}$ tel que $c \mathcal{D} b$.
- \mathcal{B} est sans-conflit ssi $\nexists a, b \in \mathcal{B}$ tel que $a \mathcal{D} b$.
- \mathcal{B} est une extension admissible ssi elle est sans-conflit et défend tous ses arguments.
- \mathcal{B} est une extension préférée ssi elle est maximale (au sens de l'inclusion) parmi les extensions admissibles.

Soit \succeq (resp. \succ) une relation binaire sur l'ensemble $S = \{a, b, c, \dots\}$. $a \succeq b$ (resp. $a \succ b$) signifie que a est au moins autant préféré à (resp. strictement préféré à) b . $a \approx b$ signifie que a et b sont indifférents ($a \succeq b$ et $b \succeq a$). \succeq est un pré-ordre sur S ssi \succeq est réflexive et transitive. Le pré-ordre \succeq sur S est total si $\forall a, b \in S$, on a pas $a \succeq b$, ou $b \succeq a$. \succ est un ordre strict où $a \succ b$ si nous avons $a \succeq b$ mais pas $b \succeq a$.

Le système d'argumentation valué (VAF) est une extension du système AF de Dung [9], défini à l'origine dans [4].

Définition 4 Un système d'argumentation valué est un quintuplet $VAF = \langle \mathcal{A}, \mathcal{R}, V, val, \mathcal{P} \rangle$, où \mathcal{A} est un ensemble d'arguments, \mathcal{R} est une relation d'attaque (binaire et irréflexive) définie sur $\mathcal{A} \times \mathcal{A}$, V est un ensemble non vide de valeurs, val est une fonction qui associe à chaque élément de \mathcal{A} une valeur de V et \mathcal{P} est un ensemble d'audiences². Un VAF pour une audience spécifique est un quintuplet $VAF_a = \langle \mathcal{A}, \mathcal{R}, V, val, \succ_a \rangle$.

Dans [4], Bench-Capon a introduit les notions d'acceptabilité subjective et objective.

Définition 5 (Status des arguments dans VAF) Soit $\langle \mathcal{A}, \mathcal{R}, V, val, \mathcal{P} \rangle$ un VAF et $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$ ses extensions (sous une sémantique donnée). Soit $\sigma \in \mathcal{A}$.

- σ est objectivement accepté ssi $\sigma \in \varepsilon_i \forall i \in \{1, \dots, n\}$.
- σ est subjectivement accepté ssi $\exists i \in \{1, \dots, n\}$ t.q. $\sigma \in \varepsilon_i$.
- σ est indifensible ssi $\forall i \in \{1, \dots, n\}$, $\sigma \notin \varepsilon_i$.

Exemple 5 La figure 1 montre un exemple de VAF avec trois arguments A , B et C . L'argument A (resp. C) procure la valeur bleu, l'argument B procure la valeur rouge. A attaque C qui attaque B et B attaque A . Il y a autant d'audiences que d'ordres de valeurs, alors il y a deux audiences : rouge \succ bleu et bleu \succ rouge.

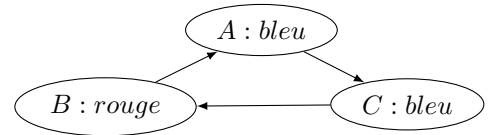


FIGURE 1 – Un exemple de VAF

- Si rouge \succ bleu : $\{B, C\}$ est une extension préférée.
- Si bleu \succ rouge : $\{A, B\}$ est une extension préférée.
- B est objectivement accepté, alors que A et C sont subjectivement acceptés.

4 Lien entre VAF et PQCL

Dans cette section, nous montrons qu'une théorie PQCL donnée peut être codée comme un VAF. Dans [4], une audience représente un ordre total de valeurs que les

2. Chaque audience est un ordre total sur les valeurs des arguments.

arguments procurent pour cette audience. Dans [10], une fonction *arg* retourne l'ensemble d'arguments procurant une valeur donnée. La relation de préférence entre les arguments est fondée sur les principes minimum et maximum. Dans cet article, une audience est représentée par une formule *PQCL*. Pour chaque audience, un argument est associé à une seule valeur (qui est un entier positif obtenu à partir de la relation d'inférence *PQCL*). L'ordre des valeurs est unique pour l'ensemble d'audiences dans le sens où 0 n'est pas une valeur souhaitée (comme expliqué dans les sections suivantes), la valeur 1 est la meilleure, 2 est la deuxième préférée, etc. Cependant, il y a un ordre d'arguments pour chaque audience (par exemple, un argument donné peut procurer la valeur préférée pour une audience, mais peut procurer une valeur indésirable pour une autre audience, ce qui signifie que le conflit entre les arguments peut apparaître sur l'ensemble d'audiences). L'objectif est de définir un ordre sur les arguments pour l'ensemble d'audiences. Nous utilisons l'ordre lexicographique qui consiste à déterminer quel est l'argument procurant la valeur préférée pour le nombre maximum d'audiences.

4.1 Le VAF construit d'une théorie *PQCL*

Définition 6 Soit $K \cup T$ une théorie *PQCL*. Le VAF associé à $K \cup T$ est un quintuplet $VAF(K \cup T) = \langle \mathcal{A}, \mathcal{R}, V, val, \succeq_{K \cup T} \rangle$, où \mathcal{A} est un ensemble d'arguments, \mathcal{R} est une relation d'attaque (binaire et irréflexive) sur $\mathcal{A} \times \mathcal{A}$, V est un ensemble non vide de valeurs, val est une fonction de \mathcal{A} à V qui correspond à la relation d'inférence *PQCL*, $\succeq_{K \cup T}$ est un pré-ordre total sur \mathcal{A} pour l'ensemble d'audiences³. Un VAF pour une audience spécifique $VAF_\phi = \langle \mathcal{A}, \mathcal{R}, V, val, \succeq_\phi \rangle$ est un pré-ordre total sur \mathcal{A} pour l'audience ϕ .

Il est facile de vérifier que chaque formule *PQCL* dans $K \cup T$ est une audience du VAF correspondant.

Propriété 1 Soit $K \cup T$ une théorie *PQCL*, $VAF(K \cup T)$ est le VAF construit suivant la définition 6. Chaque formule *PQCL* dans $K \cup T$ correspond à une audience dans $VAF(K \cup T)$.

Preuve : Dans une théorie *PQCL* donnée, l'ordre des interprétations est fondé sur le nombre de formules satisfaites avec le plus petit degré. Dans $VAF(K \cup T)$, l'ordre des arguments (i.e. $\succeq_{K \cup T}$) est fondé sur le nombre d'audiences pour lesquels un argument procure une valeur donnée. Donc, chaque audience correspond à une formule *PQCL*.

4.2 Les éléments de $VAF(K \cup T)$

Dans $VAF(K \cup T)$, un argument σ contient : i) un support, noté par $Supp(\sigma)$ et ii) une valeur pour chaque audience ϕ , notée $val_\phi(\sigma)$.

Définition 7 Soit $K \cup T$ une théorie *PQCL* qui contient les formules ϕ_1, \dots, ϕ_n , \mathcal{I} un ensemble d'interprétations de $K \cup T$ et $VAF(K \cup T)$ le VAF correspondant. σ est un argument, noté par $\langle S, v_1 \rangle_{\phi_1}, \langle S, v_2 \rangle_{\phi_2}, \dots, \langle S, v_n \rangle_{\phi_n}$ tel que $Supp(\sigma) = S$ et $val_{\phi_1}(\sigma) = v_1$ (resp. $val_{\phi_2}(\sigma) = v_2, \dots, val_{\phi_n}(\sigma) = v_n$), ssi :

3. $\succeq_{K \cup T}$ est basé sur le nombre d'audiences pour lesquelles chaque argument procure une valeur donnée (i.e. selon l'ordre lexicographique).

1. $S \in \mathcal{I}$.

2. v_1 (resp. v_2, \dots, v_n) correspond au degré de satisfaction de ϕ_1 (resp. ϕ_2, \dots, ϕ_n) par S obtenu par la définition 2.

Selon la définition 7, le support de chaque argument est une interprétation de la théorie *PQCL* et chaque argument procure une seule valeur en faveur ou contre la/les alternative(s) qu'il supporte pour une audience. C'est un entier positif qui est défini à partir de la relation d'inférence *PQCL* (i.e. l'ensemble V correspond à l'ensemble des degrés de satisfaction des formules *PQCL*, la fonction val correspond à \sim_{PQCL}). Le support de chaque argument est une interprétation, c'est-à-dire qu'il est possible que ce dernier ne supporte aucune alternative (i.e., le support est représenté par \emptyset), en faveur d'une ou plusieurs alternatives.

Exemple 6 Dans les exemples 1 et 4, la théorie *PQCL* contient 8 interprétations, donc à partir de la définition 7, le VAF correspondant contient 8 arguments. $\mathcal{A} = \{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_8\}$. $K \cup T$ contient 3 formules, donc il existe 3 audiences. $VAF(K \cup T)$ est composé de VAF_{ϕ_1} , VAF_{ϕ_2} et VAF_{ϕ_3} où les arguments sont :

- $\sigma_1 = \{\langle I_1, 0 \rangle_{\phi_1}, \langle I_1, 0 \rangle_{\phi_2}, \langle I_1, 0 \rangle_{\phi_3}\}$ tel que $I_1 = \{\emptyset\}$. $Supp(\sigma_1) = I_1$, $val_{\phi_1}(\sigma_1) = val_{\phi_2}(\sigma_1) = val_{\phi_3}(\sigma_1) = 0$.
- $\sigma_2 = \{\langle I_2, 1 \rangle_{\phi_1}, \langle I_2, 0 \rangle_{\phi_2}, \langle I_2, 0 \rangle_{\phi_3}\}$ tel que $I_2 = \{\text{Legumes}\}$.
- $\sigma_3 = \{\langle I_3, 2 \rangle_{\phi_1}, \langle I_3, 0 \rangle_{\phi_2}, \langle I_3, 1 \rangle_{\phi_3}\}$ tel que $I_3 = \{\text{Frites}\}$.
- $\sigma_4 = \{\langle I_4, 1 \rangle_{\phi_1}, \langle I_4, 1 \rangle_{\phi_2}, \langle I_4, 1 \rangle_{\phi_3}\}$ tel que $I_4 = \{\text{Frites}, \text{Legumes}\}$.
- etc.

Le support de chaque argument et les valeurs procurées pour l'ensemble d'audiences sont obtenues du Tableau 1. Les arguments sont interprétés comme suit :

- σ_2 : Si Jean choisit Legumes, alors Bob et Marc ne seront pas satisfaits (la valeur 0 pour les audiences ϕ_2 et ϕ_3), mais Mary et Sophie seront totalement satisfaites (valeur 1 pour l'audience ϕ_1).
- σ_3 : Si Jean choisit Frites, alors la satisfaction sera moyenne, représentée par la valeur 2 pour Mary et Sophie, Marc ne sera pas satisfait, mais Bob sera totalement satisfait.

Dans $VAF(K \cup T)$, nous considérons qu'un argument peut attaquer un autre argument s'ils ne procurent pas la même valeur pour la même audience. Mais, deux arguments qui ont la même valeur pour la même audience ne s'attaquent pas (il est possible qu'ils supportent des alternatives communes).

Définition 8 Soient $K \cup T$ une théorie *PQCL*, $\phi \in K \cup T$, VAF_ϕ le VAF pour l'audience spécifique ϕ , \mathcal{A} est l'ensemble d'arguments et $\sigma = \langle S, v \rangle_\phi$, $\sigma' = \langle S', v' \rangle_\phi$ sont deux arguments dans \mathcal{A} . σ qui procure v (tel que $v \neq 0$) attaque σ' qui procure v' pour ϕ , noté par $\sigma \mathcal{R}_\phi \sigma'$ ssi $v < v'$.

Remarque 1 Dans [10], il est noté que chaque VAF pour une audience spécifique présenté dans [4] représente un PAF. Cela est aussi valable pour $VAF(K \cup T)$ car l'ordre des valeurs est donné par la relation d'inférence *PQCL*. Donc, il est possible de définir la relation de préférence pour chaque audience⁴. Donc, un argument qui procure la plus petite valeur strictement positive pour une audience ϕ est

4. Par manque de place, nous nous traitons pas ce point.

considéré comme le préféré pour cette audience (on écrit $\sigma \succ_{\phi} \sigma'$) et deux arguments sont indifférents pour ϕ s'ils ont la même valeur pour ϕ (on écrit $\sigma \approx_{\phi} \sigma'$). Alors, un argument σ défait un argument σ' pour une audience donnée si σ attaque σ' et la valeur de σ est préférée à celle que σ' procure pour cette audience.

Exemple 7 Dans l'exemple 6, nous avons une relation d'attaque pour chaque audience : \mathcal{R}_{ϕ_1} , \mathcal{R}_{ϕ_2} et \mathcal{R}_{ϕ_3} . Par exemple, $\sigma_2 \mathcal{R}_{\phi_1} \sigma_3$ (sachant que $val_{\phi_1}(\sigma_2) = 1$, $val_{\phi_1}(\sigma_3) = 2$) et $\sigma_3 \mathcal{R}_{\phi_3} \sigma_2$, mais il n'y a pas d'attaque entre eux pour ϕ_2 .

Proposition 1 Soient $K \cup T$ une théorie PQCL, $VAF(K \cup T)$ le VAF construit, \mathcal{A} un ensemble d'arguments. Pour tout $\sigma \in \mathcal{A}$, si $\exists \phi \in K \cup T$ tel que $val_{\phi}(\sigma) = 0$ alors il n'existe pas d'ensemble d'arguments $\mathcal{S} \subseteq \mathcal{A}$ tel que σ soit acceptable par \mathcal{S} .

Étant donnée une théorie PQCL, les interprétations qui falsifient au moins une formule PQCL (degré de satisfaction égal à 0) ne peuvent pas être des modèles. Cela signifie que pour définir les modèles préférés, il n'est pas nécessaire de tenir compte de ces dernières. Nous suivons le même raisonnement pour évaluer l'ensemble des arguments du VAF construit puisque chaque interprétation est un support d'un argument. Par conséquent, les arguments qui ont une valeur 0 pour au moins une audience ne sont pas acceptables. Dans la suite de l'article, nous considérons \mathcal{A}_a l'ensemble d'arguments n'ayant pas de valeurs nulles. Cette façon de faire est envisageable, car il est montré dans [1] qu'étant donné un système d'argumentation, il est possible de calculer son *noyau* qui considère un ensemble fini d'arguments et d'attaques, et retourne les résultats du système d'origine. Il reste donc à évaluer les arguments de \mathcal{A}_a .

Exemple 8 Dans l'exemple 6, nous avons $\mathcal{A} = \{\sigma_1, \dots, \sigma_8\}$. Mais chacun des arguments $\{\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3\}$ procure une valeur égale à 0 pour au moins une audience, donc ils ne sont pas acceptables. Donc, il reste à évaluer l'ensemble $\mathcal{A}_a = \{\sigma_4, \sigma_5, \sigma_6, \sigma_7, \sigma_8\}$.

4.3 Les notions de défense et de sans-conflit

Les notions de sans-conflit et de défense dans $VAF(K \cup T)$ sont différentes de celles définies dans [9] dans le sens où dans $VAF(K \cup T)$, deux arguments qui s'attaquent peuvent appartenir au même ensemble sans-conflit, mais à condition que chacun se défende contre son attaquant pour l'ensemble d'audiences.

Définition 9 Soit \mathcal{A}_a un ensemble d'arguments sans valeurs nulles du $VAF(K \cup T)$ construit à partir d'une théorie PQCL. L'argument σ' se défend contre σ ssi $\exists \phi \in K \cup T$ tel que $\sigma \mathcal{R}_{\phi} \sigma'$ (avec $val_{\phi}(\sigma) = v$, $val_{\phi}(\sigma') = v'$ pour ϕ) et $\exists \psi \in K \cup T$ tel que $\sigma' \mathcal{R}_{\psi} \sigma$ (avec $val_{\psi}(\sigma) \geq v'$, $val_{\psi}(\sigma') \leq v$ pour ψ).

Si l'argument attaqué se défend avec la même valeur avec laquelle il a été attaqué, alors il n'y aura pas de conflits entre eux, sinon il y a conflit. La notion d'un ensemble sans-conflit est défini comme suit :

Définition 10 Soient \mathcal{A}_a un ensemble d'arguments sans valeurs nulles du $VAF(K \cup T)$ et $V = v_1, \dots, v_m$ un ensemble de valeurs (tel que $v_i \neq 0$). Soit aud une fonction qui associe à chaque argument σ , le nombre d'audiences pour lesquels σ procure v , noté par $aud^v(\sigma)$.

- Si pour tout $v \in V$, $\exists \sigma, \sigma' \in \mathcal{A}_a$ tel que $aud^v(\sigma) = aud^v(\sigma')$ alors $\exists S \subseteq \mathcal{A}_a$ tel que $S = \{\sigma, \sigma'\}$. Dans ce cas, si pour toute audience ϕ , $val_{\phi}(\sigma) = val_{\phi}(\sigma')$ alors σ et σ' ne s'attaquent pas et S est sans-conflit. Sinon, S est sans-conflit et chacun de σ et σ' se défend dans S .
- Si $\exists \sigma, \sigma' \in \mathcal{A}_a$ et $\exists v, v' \in V$ tel que $aud^v(\sigma) = aud^v(\sigma')$ et $aud^{v'}(\sigma) \neq aud^{v'}(\sigma')$ alors $\exists S, S' \subseteq \mathcal{A}_a$ tel que $S = \{\sigma\}$ et $S' = \{\sigma'\}$. S et S' sont sans-conflit mais σ et σ' ne sont pas dans le même ensemble.

Cette définition note qu'un ensemble est sans-conflit dans $VAF(K \cup T)$, si nous sommes en présence des situations suivantes : i) il n'y a pas de relation d'attaque entre ses arguments pour l'ensemble d'audiences, c.-à-d. que ses arguments ont les mêmes valeurs pour chaque audience, ii) s'il existe une audience ϕ où l'argument σ attaque σ' , alors σ' est dans le même ensemble sans-conflit que σ ssi il se défend contre σ , c.-à-d., s'il existe une autre audience ψ où σ' attaque σ tel que $val_{\phi}(\sigma) = v_1 < val_{\phi}(\sigma') = v_2$ et $val_{\psi}(\sigma') = v_1 < val_{\psi}(\sigma) = v_2$ ce qui signifie que pour les deux audiences, on devrait avoir $aud^{v_1}(\sigma) = aud^{v_1}(\sigma')$ et $aud^{v_2}(\sigma) = aud^{v_2}(\sigma')$, c.-à-d. que chaque argument se défend contre son attaquant (mais l'un ne défait pas l'autre pour l'ensemble d'audiences). Dans $VAF(K \cup T)$, l'argument préféré pour l'ensemble d'audiences doit se défendre contre tous ses attaquants et il défait les arguments qu'il attaque. Il est défini selon l'ordre lexicographique.

Définition 11 Soient \mathcal{A}_a un ensemble d'arguments et $V = v_1, \dots, v_m$ un ensemble de valeurs (tel que $v_i \neq 0$). aud une fonction qui associe à chaque argument σ , le nombre d'audiences que σ procure v , noté par $aud^v(\sigma)$. L'argument σ est $K \cup T$ -préféré à un argument σ' s'il existe une valeur $v \in V$ tel que $aud^v(\sigma) > aud^v(\sigma')$ et pour tout $v' < v$: $aud^{v'}(\sigma) = aud^{v'}(\sigma')$.

La Définition 11 indique que pour définir les arguments préférés pour l'ensemble d'audiences, on calcule le nombre d'audiences pour lesquelles chaque argument procure la plus petite valeur strictement positive. S'il existe des arguments qui procurent la même valeur pour le même nombre d'audiences, alors on calcule le nombre d'audiences pour la seconde meilleure valeur, etc. L'argument préféré doit avoir la meilleure valeur pour le nombre maximum d'audiences.

Proposition 2 Soient \mathcal{A}_a un ensemble d'arguments du $VAF(K \cup T)$, $S \subseteq \mathcal{A}_a$ un ensemble sans-conflit, σ et σ' sont deux arguments dans S . Alors, on a $\sigma \approx \sigma'$. En plus, si σ et σ' sont deux arguments préférés du $VAF(K \cup T)$ alors $\forall \sigma'' \in \mathcal{A}_a \setminus S$, $\sigma \succ \sigma''$ (resp. $\sigma' \succ \sigma''$).

Preuve : Soient S un ensemble sans-conflit, σ et σ' deux arguments dans S . Si σ et σ' ne s'attaquent pas pour chaque audience, alors ils ont les mêmes valeurs (Définition 8). Donc, à partir de la remarque 1, $\sigma \approx \sigma'$, s'il existe une audience ϕ où σ attaque σ' , alors par définition, σ' attaque σ pour une autre audience ψ tel que $val_{\phi}(\sigma) = v_1 < val_{\phi}(\sigma') = v_2$ et $val_{\psi}(\sigma') = v_1 < val_{\psi}(\sigma) = v_2$, ce qui signifie que

$aud^{v_1}(\sigma)=aud^{v_1}(\sigma')$ et $aud^{v_2}(\sigma)=aud^{v_2}(\sigma')$. Donc $\sigma \approx \sigma'$. A partir de la définition 11, un argument σ est préféré pour l'ensemble d'audiences ssi pour une plus petite valeur strictement positive v dans V , il n'existe pas d'argument σ' tel que $aud^v(\sigma') > aud^v(\sigma)$, donc σ est le préféré.

Proposition 3 Soient M un modèle préféré d'une théorie PQCL et \mathcal{A}_a un ensemble d'arguments du $VAF(K \cup T)$. Alors, $\exists \sigma \in \mathcal{A}_a$ tel que $Supp(\sigma)=M$ et σ est l'argument préféré pour l'ensemble d'audiences.

Preuve : Soient $K \cup T$ une théorie PQCL et M son modèle préféré. Selon la définition 3, M est une interprétation qui satisfait le nombre maximum de formules PQCL avec le plus petit degré. Selon la définition 7, le support de chaque argument du $VAF(K \cup T)$ construit est une interprétation définie sur $K \cup T$. De plus, un argument qui procure la plus petite valeur strictement positive pour le nombre maximum d'audiences est le préféré (Définition 11). Comme chaque audience correspond à une formule PQCL, le degré de satisfaction correspond à la valeur procurée par un argument et l'évaluation de l'ensemble d'arguments se base sur le même raisonnement que dans PQCL. Donc, il existe au moins un argument ayant comme support le modèle M qui est le préféré.

4.4 Les sémantiques d'acceptabilité

Les extensions admissibles et préférées sont définies comme dans [9].

Proposition 4 Soient $\sigma_{i=1,\dots,n}$ n arguments préférés de $VAF(K \cup T)$. Alors, chaque ensemble composé de $\{\sigma_{i=1,\dots,n}\}$ est admissible.

Preuve : Soient σ, σ' deux arguments préférés et σ'' qui n'est pas un argument préféré. Selon la définition 11, pour tout v dans V , nous avons $aud^v(\sigma)=aud^v(\sigma')$ et il n'existe pas $v' < v$ tel que $aud^{v'}(\sigma'') \geq aud^{v'}(\sigma')$ (resp. $aud^{v'}(\sigma'') \geq aud^{v'}(\sigma)$). Donc, selon la définition 10, il existe deux ensembles sans-conflits S et S' tel que $S=\{\sigma, \sigma'\}$ et $S'=\{\sigma''\}$, et chaque argument dans S défait σ'' pour le nombre maximum d'audiences, ce qui signifie que S est admissible, et ce n'est pas le cas pour S' .

Proposition 5 Soient $K \cup T$ une théorie PQCL et $M_{i=1,\dots,n}$ ses modèles préférés. Les extensions admissibles du $VAF(K \cup T)$ construit sont composées des arguments ayant chacun $M_{i=1,\dots,n}$ comme support.

Preuve : Elle peut être obtenue directement des propositions 3 et 4.

Théorème 1 Etant donnée une théorie $K \cup T$, E est une extension préférée de $VAF(K \cup T)$ ssi E contient seulement des arguments dont le support de chacun est un modèle préféré de $K \cup T$.

Preuve : Par définition [9], une extension préférée correspond à l'extension admissible maximale (au sens de l'inclusion), et comme l'extension admissible est définie de l'ensemble d'arguments ayant chacun le modèle préféré de PQCL comme support, alors il existe un ensemble maximal qui contient tous ces arguments qui est l'extension préférée.

Exemple 9 Dans l'exemple 8, $\mathcal{A}_a=\{\sigma_4, \sigma_5, \sigma_6, \sigma_7, \sigma_8\}$, les ensembles sans-conflit sont : $\{\emptyset\}, \{\sigma_4\}, \{\sigma_5\}, \{\sigma_6\}, \{\sigma_7\}, \{\sigma_8\}$ et $\{\sigma_4, \sigma_8\}$. Par exemple, σ_5 (resp. σ_6, σ_7) ne peuvent pas être

dans le même ensemble que σ_4 ou σ_8 car chacun de σ_5 et σ_7 est défait par ces arguments pour les audiences ϕ_1 (resp. ϕ_2), et ils ne se défendent pas car pour l'audience ϕ_3 tous les arguments ont les mêmes valeurs. Les extensions admissibles sont : $\{\sigma_4\}, \{\sigma_8\}, \{\sigma_4, \sigma_8\}$. Le reste des extensions sans-conflit ne sont pas admissibles car chacun de leurs arguments sont défaits par σ_4 et σ_8 et ils ne se défendent pas suffisamment. $\{\sigma_4, \sigma_8\}$ est une extension admissible maximale, donc elle est l'extension préférée. $Supp(\sigma_4)=I_4$ et $Supp(\sigma_8)=I_8$ qui sont des modèles préférés de la théorie PQCL en question (voir Exemple 4).

Définition 12 (Statut des arguments) Etant donnée une théorie PQCL, $\mathcal{A}_a \subseteq \mathcal{A}$ un ensemble d'arguments sans valeurs nulles et E une extension préférée de $VAF(K \cup T)$.
– σ est objectivement accepté ssi $\sigma \in E$.
– σ est subjectivement accepté ssi $\sigma \in \mathcal{A}_a$ et $\exists \sigma' \in E$ tel que $Supp(\sigma) \subseteq Supp(\sigma')$.
– $\forall \sigma \in \mathcal{A} \setminus \mathcal{A}_a$, alors σ est rejeté.

Définition 13 (Statut des alternatives) Etant donnée une théorie PQCL, $\mathcal{A}_a \subseteq \mathcal{A}$ un ensemble d'arguments sans valeurs nulles et E une extension préférée de $VAF(K \cup T)$ tel que $\sigma_{i=1,\dots,n} \in E$ ($\sigma_{i=1,\dots,n}$ sont objectivement acceptés) et PS un ensemble d'alternatives.

– Si $\exists a \in PS$ tel que $a \in \bigcap_{i=1,\dots,n} Supp(\sigma_{i=1,\dots,n})$ alors a est objectivement acceptée.
– Si $\exists \sigma \in E$ et $\exists a \in PS$ tel que $a \cap Supp(\sigma) = a$ alors a est subjectivement acceptée.
– Si $\exists a \in PS$ tel que $\forall \sigma \in E, a \not\subseteq Supp(\sigma)$ alors a est rejetée.

Exemple 10 Dans l'exemple 9, $\{\sigma_4, \sigma_8\}$ est une extension préférée. σ_4 et σ_8 sont objectivement acceptés, $\sigma_5, \sigma_6, \sigma_7$ sont subjectivement acceptés et les arguments rejetés sont $\{\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3\}$. Nous avons $\{Frites, Legumes\} \in Supp(\sigma_4) \cap Supp(\sigma_8)$. Alors, Frites et Legumes sont deux alternatives objectivement acceptées. Ptes appartient uniquement au support de σ_8 , donc elle subjectivement acceptée et il n'y a pas d'alternatives rejetées. Donc, il est préférable que Jean prépare Frites et Lgumes pour satisfaire le plus d'amis. Le résultat obtenu est le même avec PQCL et $VAF(K \cup T)$.

5 Conclusion

Dans ce papier, nous avons établi un lien entre la logique PQCL et VAF. Pour toute théorie PQCL, il y a un système d'argumentation valué équivalent où le conflit entre les arguments concerne l'ensemble d'audiences. Nous avons montré qu'il existe une relation entre les modèles préférés d'une théorie PQCL donnée et l'extension préférée du VAF correspondant. Comme présenté dans [12], les ensembles sans-conflit peuvent contenir des arguments qui s'attaquent. C'est le cas dans notre définition de l'ensemble sans-conflit, mais seulement lorsque chaque argument attaqué pour une audience donnée attaque son attaquant pour une autre audience avec la même valeur avec laquelle il est attaqué. Ce travail permet d'envisager comme perspective, l'utilisation de la théorie de l'argumentation pour l'élicitation des préférences PQCL.

Références

- [1] L. Amgoud, P. Besnard, and S. Vesic. Identifying the core of logic-based argumentation systems. In *ICTAI*, pages 633–636, 2011.
- [2] L. Amgoud and C. Cayrol. On the acceptability of arguments in preference-based argumentation. In *UAI*, pages 1–7, 1998.
- [3] L. Amgoud and S. Vesic. A new approach for preference-based argumentation frameworks. *Ann. Math. Artif. Intell.*, 63(2) :149–183, 2011.
- [4] T. J. M. Bench-Capon. Persuasion in practical argument using value-based argumentation frameworks. *J. Log. Comput.*, 13(3) :429–448, 2003.
- [5] S. Benferhat and K. Sedki. A revised qualitative choice logic for handling prioritized preferences. In *ECSQARU*, pages 635–647, 2007.
- [6] S. Benferhat and K. Sedki. Two alternatives for handling preferences in qualitative choice logic. *Fuzzy Sets and Systems*, 159(15) :1889–1912, 2008.
- [7] G. Brewka, S. Benferhat, and D. Le Berre. Qualitative choice logic. *Artif. Intell.*, 157(1-2) :203–237, 2004.
- [8] M. Caminada and L. Amgoud. On the evaluation of argumentation formalisms. *Artif. Intell.*, 171(5-6) :286–310, 2007.
- [9] P. M. Dung. On the acceptability of arguments and its fundamental role in nonmonotonic reasoning, logic programming and n-person games. *Artif. Intell.*, 77(2) :321–358, 1995.
- [10] S. Kaci and L. van der Torre. Preference-based argumentation : Arguments supporting multiple values. *Int. J. Approx. Reasoning*, 48(3) :730–751, 2008.
- [11] S. Modgil and H. Prakken. Reasoning about preferences in structured extended argumentation frameworks. In *COMMA*, pages 347–358, 2010.
- [12] S. Modgil and H. Prakken. A general account of argumentation with preferences. *Artif. Intell.*, 195 :361–397, 2013.